Turing パターンを発生するシンプルな反応拡散 セルオートマトンモデルとその集積回路化

- 縞・斑点画像復元の応用に向けて -

鈴木 洋平[†] 高山 貴裕^{††} 元池 N.育子^{†††} 浅井 哲也[†]

† 北海道大学 大学院情報科学研究科 †† はこだて未来大学大学院 システム情報科学研究科 ††† はこだて未来大学 システム情報科学部 複雑系科学科

E-mail: [†]{suzuki,asai}@sapiens-ei.eng.hokudai.ac.jp, [†]†{g2104028,motoike}@fun.ac.jp

あらまし 本研究は、欠損や汚れのある画像パターンをリアルタイムに修復する LSI の開発を目指したものである。そのために、生物の形づくりの原理に基づいて、指紋や体模様に見られる縞・斑点などの Turing パターンを生成・修復する反応拡散モデルを提案する。その後、そのモデルを実装する反応拡散チップの並列アーキテクチャを提案する。回路シミュレーションにより、この LSI が縞(斑点)パターンを復元できることを示す。

キーワード 反応拡散系, Turing システム, 反応拡散チップ, 画像修復

A Simple Reaction-Diffusion Cellular Automaton Model generating Turing Patterns and its LSI Implementation for Restoring Stripe and Spot Images

Yohei SUZUKI[†], Takahiro TAKAYAMA^{††}, Ikuko N. MOTOIKE^{†††}, and Tetsuya ASAI[†]

† Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University
 †† School of Systems Information Science, Future University - Hakodate
 ††† Department of Complex Systems, Future University - Hakodate

E-mail: †{suzuki,asai}@sapiens-ei.eng.hokudai.ac.jp, ††{g2104028,motoike}@fun.ac.jp

Abstract In this report, we propose a novel RD model that repairs Turing patterns; e.g., stripe and spot patterns observed in human fingerprints and marking patterns on various animals. Based on the model, we propose a novel LSI architecture, aiming at the development of compact and low-power silicon RD systems. By extensive circuit simulations, we confirmed that the proposed LSI could restore stripe and spot images within 10,000 clock cycles, independently of the number of pixels in the image.

Key words Reaction-diffusion system, Turing system, reaction-diffusion chip, image restoration

1. まえがき

生物は発生の過程で、1個の卵(細胞)が分裂を繰 り返して分化し、性質の異なる細胞集団群へと成長 する。Turingはこのような空間一様状態から安定な 空間非一様状態へと移行する現象に対して、1952年 に拡散不安定性という概念を提唱した。彼は物質の 時間変化を反応(局所的な物質の生成・消滅)と拡散 (近隣領域との平均化)の和で記述し、拡散項がなけ れば定数解を持つ系が、拡散が加わることによって 空間一様解が不安定化し、安定な空間非一様解が出 現する場合があることを示した。この物質(状態)の 時間変化を反応と拡散の和で記述する枠組みは、反 応拡散モデルと呼ばれる。

自然界には多種多様なパターン(模様)が存在す る。身近なものには、貝殻や動物の模様などがある が、これらの特徴のひとつは自己組織的にパターン が形成されることである。後天的に動物の体表パター ンの一部を欠損させた場合にも、周りの状況に応じ てパターンが修復されることが実験的にも確認され ている。近年、これらのパターン形成が上述の反応 拡散モデルによってよく再現されることがわかって きた。中でもTuring モデルと呼ばれるモデルでは、 パラメータによって斑点や縞柄などのパターンが安 定な状態として出現することが知られている。

本研究では、生物の模様形成に見られる自己組織 的なパターン形成ダイナミクス・Turing モデルを応 用し、指紋や虹彩,体模様などに見られる縞・斑点な どのパターンの欠損を修復するLSIの基本アーキテ クチャを考案する。さらに、センサー体型の処理構 造(インテリジェントセンサ化)を眺望に入れ、生 物の自発的パターン形成の原理に基づいてパターン 処理を高度に並列化し、処理するパターンの画素毎 に単位処理回路とセンサ(画像センサ)を搭載可能 なアーキテクチャを提案する。

2. モ デ ル

本研究では、生物の体の柄(斑点、豹柄、縞柄な どの)パターンを発生するモデルの手本として、反 応拡散系に着目する。反応拡散系とは、非平衡状態 において反応現象と拡散現象が混在したシステムの ことを言う。物質やエネルギーの流れをともなう非 平衡-開放系では、反応の非線形性が著しく強調され て、平衡系からは予想もつかない動的で多様性に富 む世界が出現する。生物に見られる様々なパターン はその典型例であり、特に斑点や縞柄などのパター



ンは Turing パターンと呼ばれる。

Turing パターンは、通常反応拡散方程式(偏微分 方程式)を解くことで得られる。したがって系の時 間・空間・状態は連続値であらわされる。一方、よ リ少ない計算資源を用いてパターンを再現するため の試みも、これまでいくつかなされてきている。そ の代表的なものは、空間全体を不連続なセルの集ま りとし、各セルの状態が不連続な離散値で記述され る「セルオートマトン系」での再現である。しかし この場合、時間発展方程式を条件分岐ルールで書き 換えるため、方程式に含まれる非線形ダイナミクス をどの程度単純化するかが問題となる。

よく知られた反応拡散系のセルオートマトンモデ ルのひとつに、Markus らによるもの[1] が挙げられ るが、そのアルゴリズムは連続系のダイナミクスを 忠実に離散化したもので、複雑なルール構成となっ ている。これに対し、Young は非常に単純化した離 散モデルを提案した[2]。ここで彼は、物質の拡散作 用自体を離散化し、通常は活性物質・抑制物質の二物 質(二変数)で表される各セルの状態を、二値{1,0} の一変数でまとめて表したのである。さらに二物質 の拡散をも非常に単純化した。

Turing パターンを形成する条件のひとつに、活性物質の影響は近隣領域に限られる(拡散しにくい) 方、抑制物質の影響は遠くまで及ぶ(拡散しやすい) ことがある。着目した点からの活性物質・抑制物質の 拡散は、連続系では、該当点からの拡散距離をRと すると、図1(a)のようになる。距離 R_1 内の領域では 活性物質が抑制物質より多く拡散するため、結果と して活性効果が得られる。一方、距離 $R_1 < R < R_2$ では抑制物質が活性物質より多く拡散するため、結 果として抑制効果が得られる。

Young はこの距離による効果の違いを図 1(b) のように単純化した。すなわち、状態 1 であるセルからの効果を、距離 R_1 内の領域では正の効果 W_1 (活性効果)、距離 $R_1 < R < R_2$ では負の効果 W_2 (抑制



効果)とした [図 1(b)]。そして、位置 r にあるセル の状態の時間発展は、距離 R_2 内にある状態 1 のセ ルからの寄与 W の総和 $\sum_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i| \leq R_2} W$ で決まるとし た。もし総和が 0 であれば状態は変化しないが、正 であれば次ステップ時に状態は 1 に、負であれば状 態は 0 に変化する。この総和に対する次ステップの セル状態の決定ルールが "反応"に相当するともいえ る。以上のルールを用いて、彼は R_1, R_2, W_1 を固定 し、 W_2 を変えることで斑点状や縞状のパターンが 現れることを示した。ここで着目すべきことは、ラ ンダムな初期値から始めたとしても、ほぼ 10 ステッ プ以内にこれらのパターンが安定に出現するという ことである。

Young のモデルは、拡散効果を単純化して(近傍 の各セルからの拡散値の総和を求めることで反応拡 散方程系の拡散項を記述し)、後に総和の正負を次 ステップ時の状態に反映させることで、反応項に相 当する作用を記述しているとも言える。したがって 各セルの時間発展を知るためには、大まかにいって 各セルに対してそれぞれ $\pi \times R_2 \times R_2$ 個の近傍セル を参照する必要があり、R2 が大きければ大きいほど 計算時間は膨大なものとなる。また拡散及びセル状 態への反映をステップ関数的に行っているため、得 られるパターンの滑らかさには欠ける。これらの問 題点に対して、拡散過程に関しては、連続拡散方程 式の差分化による4近傍のみのセル参照(局所相互 作用)が、また反応過程に関してはステップ関数に 代わるシグモイド関数の採用が改善案として考えら れる。本論文では Young のモデルの考え方を踏襲し つつも、以上の問題点を考慮に入れ、局所的な相互 作用のみで、滑らかな斑点状もしくは縞状パターン を安定に形成する、回路の設計に適したモデルを提 案する。

提案モデルでは、各セルにおける近傍セルからの 活性物質及び抑制物質の総和演算を、二変数の拡散 場により行う。つまり、活性物質および抑制物質は それぞれ別の媒質上を拡散し、それぞれのセルで畳 み込まれる。各セルは、その位置における活性物質 から抑制物質を引いた値の正負によって、次の状態 を決定する。具体的には、まず内部状態として活性 因子 u、抑制因子 v の 2 変数の拡散方程式を δt だけ 時間積分する。拡散後の各セル活性因子 u と抑制因 子 v の差 (u-v) の値をシグモイド関数に与える。系 のダイナミクスは

(1)(拡散) $\partial u(\mathbf{r},t)/\partial t = D_u \nabla^2 u(\mathbf{r},t),$ $\partial v(\mathbf{r},t)/\partial t = D_v \nabla^2 v(\mathbf{r},t),$

(2) (反応)

 $u(\mathbf{r}, \delta t(n+1)) = v(\mathbf{r}, \delta t(n+1)) = f(u(\mathbf{r}, \delta t \cdot n) - v(\mathbf{r}, \delta t \cdot n) - c), f(x) = (1 + \exp(-\beta x))^{-1},$

となる。ここで、nは時間ステップ, $\mathbf{r} = (x, y), c$ は シグモイド関数のオフセット, β は関数の傾きを表わ す。このシグモイド関数の値が各セルを次の状態と なる。以上を1サイクルとし、これを繰り返し計算 する。

図 2 に、初期値として $u, v \in 0$ から 1 の間のラ ンダム値を与えた場合のパターンの形成過程を示す ($D_v/D_u = \beta = 10, c = 0, \delta t = 1$)。およそ 10 サイ クルで縞の概要が形成される。このパターンは、初 期パターンの分布構造をもとに空間を縞模様で埋め 尽くしたものである。例えば指紋などの縞構造を与 えると、グローバルな縞構造に反した傷や欠損など の局所パターンは、縞構造に置き換えられる(周り の空間構造にしたがって修復される)。

図3に、 D_v/D_u および c の変化に対するパターン のダイアグラムを示す。cの値を増やすと白斑点状か ら縞状、そして黒斑点状のパターンへと連続的に変 化(グローバルパターンの形状が変化)する。また D_v/D_u の値により、グローバルパターンの空間周波 数が変化する。つまり、1)発生・修復したいパター ンの形状(縞もしくは斑点),および2)発生・修復 したいパターンの解像度,がパラメータにより調整 可能である。

上記の性質は、Youngのモデルと質的に同じもの であるが、大きな違いは、極めて滑らかなパターン が得られることにある。また、提案モデルは、Young のモデルにおける物質の畳み込み演算を、近接相互 作用のみで表わせる拡散過程で置き換えたものであ り、このことが、回路の構成を大幅に簡略化する(局 所配線のみで回路が構成可能になる)。したがって、 提案モデルは、滑らかな斑点状もしくは縞状パター



図 3 提案モデルのパターンダイアグラム

ンを安定に形成する、LSI化に適したモデルである と言える。

3. 提案 LSI アーキテクチャ

前章で提案したモデルを実装するアーキテクチャ を考案する。基本設計方針は、二次元セルオートマ トン構造を用いて、1) 各セルが状態メモリ,シグモ イド特性を有する差動アンプ、および拡散回路を有 する,2) セル間を局所配線のみで結び、配線の複雑 度を下げる,の二点である。

図4に、提案する単位セル回路を示す。回路は、状態変数の主メモリ($C_{m1} \ge C_{m2}$:マスタースレーブ型),一時メモリ(C_{ma}),floating gate (FG)構造による拡散回路,シグモイド関数をつくる差動アンプ(DIF),および複数のバッファ(ボルテージフォロア VF1~VF3)とトランスファーゲートからなる。

拡散回路部の動作から説明する。まず、4 近傍セル の主メモリの値を V_n , V_w , V_s , V_e 、自セルの主メモリ の値を V_c 、FGの電位を V_{fg} とし、FGの初期電荷は 零とする。ボテージフォロアVF1の入力容量 C_{ox} が 制御ゲート容量Cよりも十分小さいとすると、FG の電位は

$$V_{\rm fg} = \frac{V_{\rm n} + V_{\rm w} + V_{\rm s} + V_{\rm e} + 4 V_{\rm c}}{8}$$



となる。ここで、 $V_{
m fg}$ の値を記憶できるとして、 $V_{
m fg} = V(t+\Delta t)$ 、 $V_{
m c} = V(t)$ とすれば、上式は

$$\frac{V(t+\Delta t) - V(t)}{\Delta t} = \frac{V_{\rm n} + V_{\rm w} + V_{\rm s} + V_{\rm e} - 4 V(t)}{8\Delta t}$$

となる。これは、拡散方程式

 $\partial V(\mathbf{r},t)/\partial t = D\nabla^2 V(\mathbf{r},t),$

を正方グリッド上で離散化($h \equiv \Delta x = \Delta y$)したものと等価である $[D = h^2/(8\Delta t)]$ 。したがって、 $V_{\rm fg}$ の値を主メモリに格納し、その値を逐次更新していくことで、拡散方程式を並列に解く回路構造が生ま





図 6 指紋画像の修復過程

図 5 単位セルのレイアウトパターン (c = 0, β 固定を想定した基本レイアウト。セ ンサデバイスは未搭載)

れる。図4の回路では安全のため、 $C_{m1}, C_{m2}, VF2, VF3$ からなるマスタ・スレーブ型の主メモリ回路を用いる(CLK1, CLK2により制御)。

前章の提案モデルは二種類の拡散場(u, v)が必 要であったが、そのために上記の FG デバイスを二 つセルに組み込むことは、集積度の面であまり好ま しくない。そこで、一種類の拡散場と一時メモリを 用いて、提案モデルと等価な演算を行う。拡散方程 式は、時間と拡散係数の積($D \cdot t$)をパラメータとし た解を持つことから、時間と拡散が互いに可換であ る。たとえば、 $D_v/D_u \equiv \Delta t_0/\Delta t_1$ として、一つの拡 散場で Δt_0 だけ初期入力を拡散した後、その状態を 一時メモリ($C_{\rm ma}$)に保存して、さらに $\Delta t_1 - \Delta t_0$ だ け拡散する。このときの主メモリの値は拡散係数 D_v で Δt_0 だけ拡散した値が保存されている ため、結果として、一つの拡散場で、 D_u, D_V の異 なる拡散係数で Δt_0 だけ拡散した値が得られる。

1サイクルの拡散終了後に、主メモリと一時メモリ の値をサブスレッショルド動作の差動アンプ(DIF) に入力することで、シグモイド特性を得る。オフセッ ト(提案モデルのパラメータc)の調整は、差動対 の MOS FET に FG 構造を用いることで容易に実現 できる。ただしこの場合、空間パターンの滑らかさ を決めるパラメータ(β)は固定となる(作り込み FG 構造の容量比でβが決まる)。差動アンプの出力 は、CLK5で次ステップの初期値として C_{m1} に取り 込む。CLK3 は初期パターン入力の制御クロックで、 単位セル毎に搭載するフォトダイオードや静電容量 センサなどから初期状態を電圧として主メモリに取 り込む。

以上の回路を、基本的なプロセス (n-well doublepoly double-metal CMOS process)を仮定して設計 した。そのレイアウトパターンを図 5 に示す (λ は スケーリングパラメータを表わす)。

4. シミュレーション結果と課題

前章のセル回路を 180×180 個配置して、シミュ レーションにより基本的な動作確認を行った。パラ メータは、C = 100 fF, $C_{ox} = 1$ fF, $C_{m1} = C_{m2} = C_{ma} = 100$ fF, $D_v/D_u = 10$ とした(1 サイクル 80 ステップとし、8 ステップ拡散後さらに 72 ステップ 拡散, 1 ステップの実行には 2 clock 必要)。

図6に、c = 0の場合のパターンの形成過程を示す (セルのパターン出力電圧を濃淡で表示)。図3より、 このパラメータにおける系のグローバルパターンは 編模様であることがわかっているため、初期入力に は指紋画像を用いた。時間の経過とともに、ノイズ や傷などの局所パターンが、周囲の構造にしたがっ て修正されることを確認した。なお、パターンが安 定するまでに50サイクル(8,000 clock)を要した。 また、c = 0.16(DIFのオフセットは $0.16 \times V_{dd}$)の 場合のパターンの形成過程を図7に示す。初期入力 は図6と同じものである。図3の予想通り、斑点状の パターンが得られた。その形成過程は、図6と同様、 グローバルパターン(斑点)と異なる局所パターン



が周囲の構造にしたがって修正される、というもの である。したがって、水玉模様のような等間隔の斑 点からなる画像の修復に適している。なお、パター ンが安定するまでに100サイクル(16,000 clock)を 要した。

パターンが安定するまでのサイクル数は、縞模様 の線の幅(斑点の大きさ)にのみ依存し、画像の大 きさには影響しない。そのため画素数が増えた場合、 繰り返し演算量に関わる消費電力が、大幅に低減で きる。差動アンプは主メモリの値を更新する時にの み電力を消費するように、バイアス電流を制御可能 である。また、バッファも各動作クロックの立ち上 がり時のみに動作するようにバイアス電流を制御で きる。したがって、1)繰り返し演算量は画素数に依 存しない,2)貫通電流パスおよび常通電流パスのな い回路構成,の二点により、低消費電力化が期待で きると考える。

5. む す び

反応拡散系のパターン生成の仕組みに基づいた画 像復元 LSI の実現を目指して、LSI 化が容易な新し い反応拡散モデル、およびその基本アーキテクチャ を提案した。Young の Local Activator-Inhibitor モ デル[2] に連続フィールド関数を導入し、さらに状態 変数を連続にした新モデルを提案した。数値計算に より、モデルの基本パターンダイアグラムを作成し た。それによって、二つのパラメータを制御するこ とで、生成されるパターンの空間周波数,および形状 (編/斑点)を制御できることを明らかにした。さら に、上記のモデルを実装する LSI の基本回路を構成 した。アナログコンピューティングの手法を用いて、 電位分布が LSI 上のセルアレイを単位時間ごとに拡 散する回路(拡散場)を設計した。また、モデルが 必要とする二種類の拡散場を、一種類の拡散回路で 疑似的に計算する事で、単位セル回路の面積を小さ くした。回路シミュレーションにより、この回路が 提案モデルと同等の動作をすることを確認した。ま た、指紋画像を例にとり、傷・ノイズのある縞画像が 提案回路により滑らかに修復できることを示した。

現時点では、具体的なターゲットプロセスが決まっ ていないため、デバイスサイズ,動作クロック,消 費電力に関する量的な見積もりが得られていないが、 少なくとも仕組みの上で、DSP やマイクロプロセッ サなどの逐次処理と比べて、消費電力は低いと考え られる。今後、TSMC 0.25-µm CMOS プロセスを ターゲットとして、単位セルにフォトダイオードを 組み込んだ、レイアウトを行う予定である。図5に 示したレイアウトは暫定的なものであり、アクティ ブ領域のフィルファクターが極めて低い。そのため、 センサを組み込んでも、レイアウトの最適化を施す ことで、現状と同じかそれ以下のサイズで単位セル を設計できる見込みがある。今後、レイアウトの最 適化およびプロトタイプ試作を行い、評価を行う予 定である。

謝辞 本研究は、新エネルギー・産業技術総合開 発機構(NEDO)平成12年度即効型産業技術研究事 業費助成金、および同機構平成16年度産業技術研究 事業費助成金を受けて実施したものです。

文 献

- Markus M. and Hess B., Isotropic cellular automaton for modeling excitable media, *Nature*, vol. 347, no. 6288, pp. 56-58 (1990).
- Young D.A., A local activator-inhibitor model of vertebrate skin patterns, *Math. Biosci.*, vol. 72, pp. 51-58 (1984).