

非線形振動子を用いた反応拡散回路 I : Lotka-Volterra 型振動子

Analog reaction diffusion circuit I : Lotka-Volterra oscillator

加藤 博武, 浅井 哲也, 雨宮 好仁

Kato Hiromu, Asai Tetsuya, and Amemiya Yoshihito

北海道大学 工学部

Department of Electrical Engineering, Hokkaido University

1. はじめに

反応拡散系は興奮性素子と抑制性素子の対を拡散結合した「場」により構成される。これを電子回路で実装すると、ニューロコンピュータや画像処理の特徴検出などの分野に応用することができる [1]。反応拡散系は多数の振動子をもつので、集積化にはコンパクトかつ低消費電力で構成する必要がある。

本稿では閾値電圧以下で動作するアナログ CMOS 振動回路の構成方法と測定結果を報告する。

2. 非線形振動子の回路化

提案する「閾値電圧以下で動作する振動回路」を図 1 に示す。トランジスタ M1 は飽和・非飽和領域, M2 は飽和領域で動作するので、以下の回路方程式:

$$C_1 \dot{y}_1 = I_a - I_0 e^{\kappa y_2 / V_T} \left(1 - e^{-y_1 / V_T} + y_2 / V_0 \right) \quad (1)$$

$$C_2 \dot{y}_2 = I_0 e^{\kappa y_1 / V_T} (1 + y_2 / V_0) - I_b$$

を得ることができる。ここで、 $C_{1,2}$ はキャパシタンス, $I_{a,b}$ は入力電流, $V_T = 26$ mV, V_0 はアーリー電圧を表す。また、 I_0, κ は製造プロセスに依存する量である。

この系は、電圧 y_1 が増加 (または減少) すると、 y_2 が減少 (または増加) する「興奮-抑制型振動系」である。

M1, M2 にチャネルが十分に長いトランジスタを用いてアーリー効果を見捨てれば、 $y_1 > 4V_T, y_2 > 4V_T$ のとき $1 - e^{-y_1 / V_T} + y_2 / V_0 \approx 1, 1 + y_2 / V_0 \approx 1$ になる。ここで、 $y_i = \ln x_i$ なる変数変換を行うと、式 (1) は

$$(\dot{x}_1, \dot{x}_2) = (x_1(a - x_2), x_2(x_1 - 1)) \quad (2)$$

となる。これは、Lotka-Volterra 方程式 [2] と等価である。この系は、初期値依存型の最も単純な振動モデルである。

式 (1) で表した振動系の特異点は、 $\dot{y}_1 = 0, \dot{y}_2 = 0$ で表される二つの曲線 (ヌルクライン):

$$y_1 = \frac{V_T}{\kappa} \ln \frac{I_b}{I_0 (1 + y_2 / V_0)} \quad (3)$$

$$y_2 = \frac{V_T}{\kappa} \ln \frac{I_a}{I_0 (1 - e^{-y_1 / V_T} + y_1 / V_0)}$$

の交点で表される。式 (2) を得たときと同じ近似を用いると、特異点は $(y_1^*, y_2^*) \approx (\frac{V_T}{\kappa} \ln \frac{I_b}{I_0}, \frac{V_T}{\kappa} \ln \frac{I_a}{I_0})$ で表される。

この振動系では、回路の物理的制限 ($y_1 > 0, y_2 > 0$) により、 $y_1 \approx 0, y_2 \approx 0$ の軌道は全て等しくなる。この制限により、初期状態がサイクル軌道 (周期振動軌道) の外に与えられたとき、系はあたかもリミットサイクルアトラクタを持つような振る舞いを示す。

一方、 y_1, y_2 の初期状態をサイクルの内部 ($y_1 > 4V_T, y_2 > 0$) に設定すると、 y_1, y_2 は特異点を中心に、調和振動子のように振る舞う。この状態は、摂動に極めて弱く構造不安定であるため、外界からノイズの影響を受けると容易に軌道が変化する。その過程でサイクル軌道に到すると、上記と同じリミットサイクルを示す。

3. 測定結果

試作 IC の MOS トランジスタを用いて、Lotka-Volterra 振動子の基本回路を作成した [$I_a = I_b = 1$ nA, $C_1 = C_2 = 470$ pF, $I_0 \approx 1$ pA, $\kappa = 0.46$]。

初期状態の y_1, y_2 をリミットサイクルの内部、および外部に設定したときの時間応答を図 2 に示す。いずれの場合も y_1, y_2 が緩和振動をしていることを確認した。さらに、このときの軌道とヌルクラインを図 3 に示す。初期状態をリミットサイクルの内部に設定した場合、調和振動子の軌道が外部へと次第に遷移して、リミットサイクルとなった。

この回路を $0.6 \mu\text{m}$ CMOS プロセスのもとで設計したレイアウトパターンを図 5 に示す。 $C_1 = C_2 = 700$ fF として設計した場合、1 セルのサイズは $150 \mu\text{m} \times 180 \mu\text{m}$ 程度となった。

参考文献

- [1] G. Nicolis and I. Prigogine, *Self-organization in Nonequilibrium Systems — From Dissipative Structures to Order through Fluctuations*. John Wiley & Sons, Inc., 1977.
- [2] Goel, N.S., Maitra, S.C. and Montroll, E.W., *On the Volterra and other non-linear models of interacting populations*. Rev. Mod. Phys., 43, 231-276

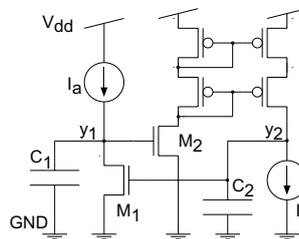


Fig.1 Subthreshold CMOS oscillator

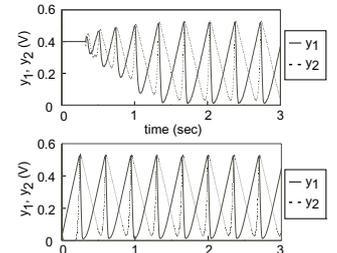


Fig.2 Transient responses of the subthreshold oscillator

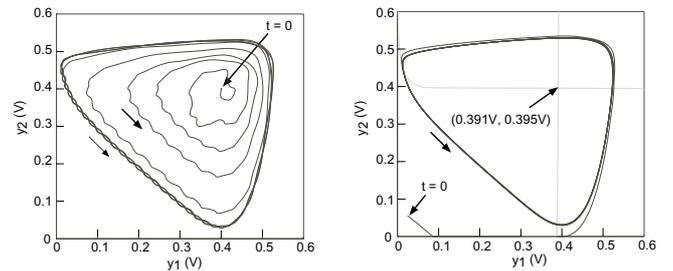
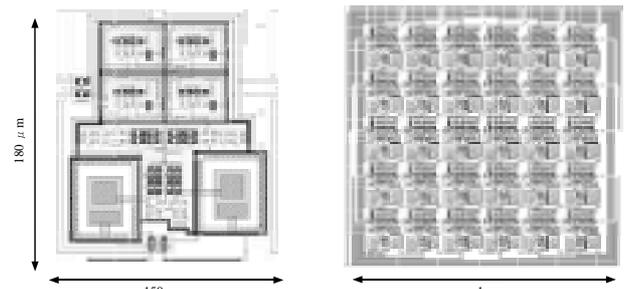


Fig.3 Trajectories of the subthreshold oscillator



(i) Unit cell (ii) 5×6 cell matrix

Fig.5 Layout patterns (CMOS $0.6 \mu\text{m}$, 3metal-2poly process)